

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Distinguir entre los distintos tipos de funciones cuya gráfica es una recta y trabajar con ellas.
- Determinar la pendiente de una recta y su relación con el crecimiento.
- Calcular la ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados.
- Reconocer la gráfica de una función polinómica de segundo grado cualquiera.
- Representar gráficamente una función polinómica de segundo grado $y=ax^2+bx+c$.
- Determinar el crecimiento o decrecimiento de una función de segundo grado y hallar su máximo o mínimo.

Antes de empezar.

1. Funciones polinómicas pág. 150
Características

2. Funciones de primer grado pág. 151
Término independiente
Coeficiente de grado uno
Recta que pasa por dos puntos
Aplicaciones

3. Funciones de segundo grado pág. 154
La parábola $y=x^2$
Traslaciones de una parábola.
Representar funciones cuadráticas
Aplicaciones

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor

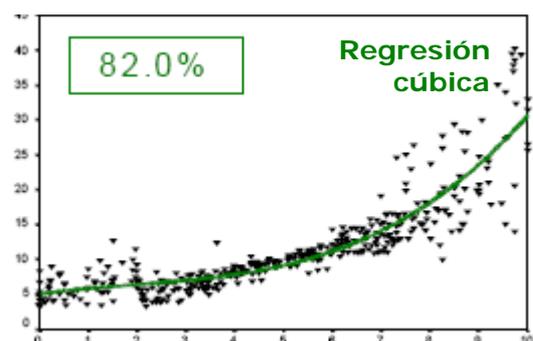
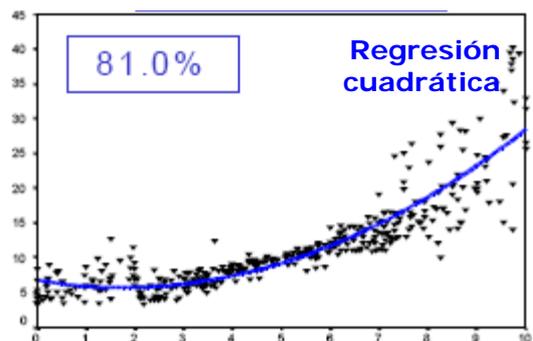
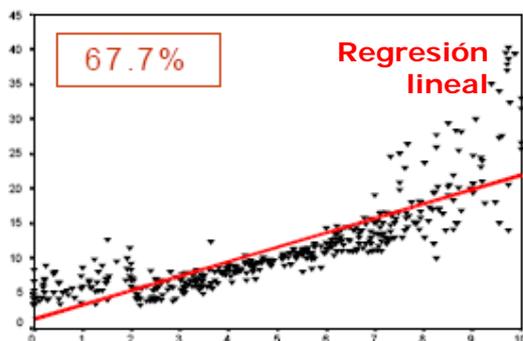
Antes de empezar



¿Para qué las funciones polinómicas?

Cuando se recogen los datos de un experimento se obtiene una nube de puntos que hay que estudiar, en la imagen se ve cómo un programa ajusta esa nube a distintas funciones polinómicas (curvas de *regresión*), indicando la bondad del ajuste en cada caso.

Gráficos tomados de <http://eio.usc.es/eipc1/MATERIALES/311121873.pdf>



Funciones polinómicas

1. Funciones polinómicas

Características

Las funciones polinómicas son aquellas cuya expresión es un polinomio, como por ejemplo:

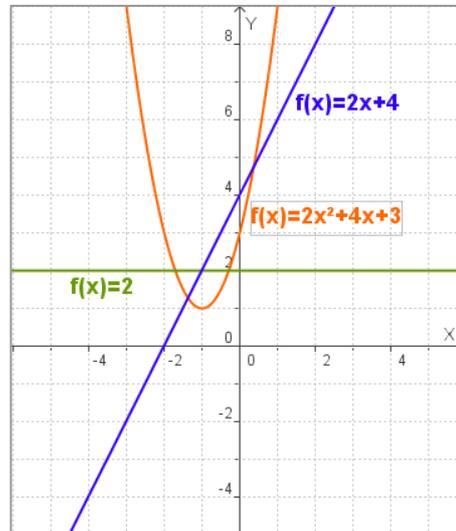
$$f(x) = 3x^4 - 5x + 6$$

Se trata de funciones continuas cuyo dominio es el conjunto de los números reales.

En la figura se pueden ver las gráficas de las funciones polinómicas de grado menor que 3, que son las que se estudiarán en esta quincena.

Observa la forma según su grado:

- ✓ las de grado cero como $f(x) = 2$, son rectas horizontales;
- ✓ las de grado uno, como $f(x) = 2x + 4$, son rectas oblicuas;
- ✓ las de grado dos, como $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$, son parábolas cuyo eje es paralelo al de ordenadas.



EJERCICIOS resueltos

1. En cada caso haz una tabla de valores y comprueba que los puntos obtenidos son de la gráfica.

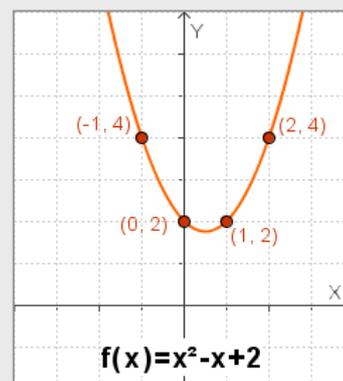
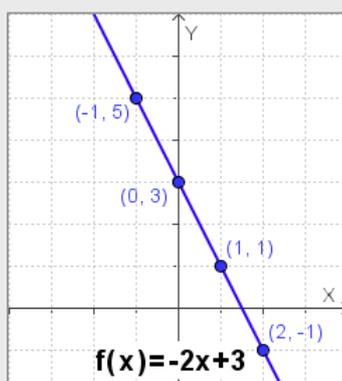
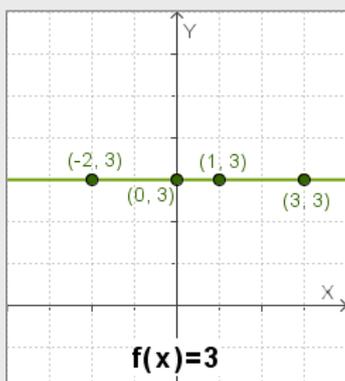
a) $f(x) = 3$ b) $f(x) = -2x + 3$ c) $f(x) = x^2 - x + 2$

Solución

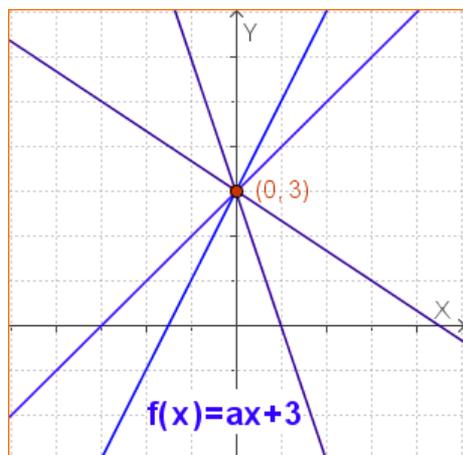
x	f(x)
0	3
1	3
2	3
-2	3

x	f(x)
0	3
1	1
2	-1
-1	5

x	f(x)
0	2
1	2
2	4
-1	4



2. Funciones de primer grado

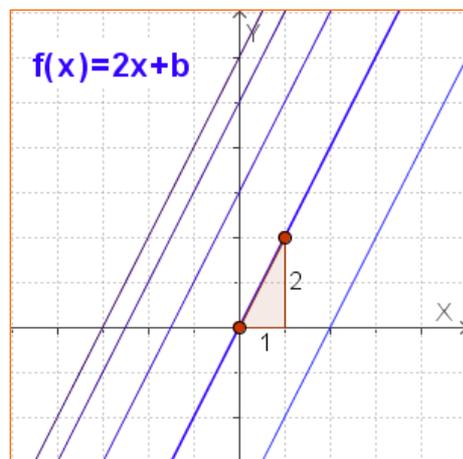


Término independiente

En cualquier función $f(x)$ el corte de su gráfica con el eje OY o eje de ordenadas, es el punto $(0, f(0))$, por tanto su valor en cero define el corte con el eje de ordenadas.

En el caso de las funciones polinómicas $f(0)$ coincide con el coeficiente de grado cero o **término independiente** de la función, por tanto nada más ver la expresión ya reconocemos un punto de su gráfica, el corte en el eje de ordenadas

✓ La gráfica de $f(x) = ax + b$ corta al eje OY en **b**



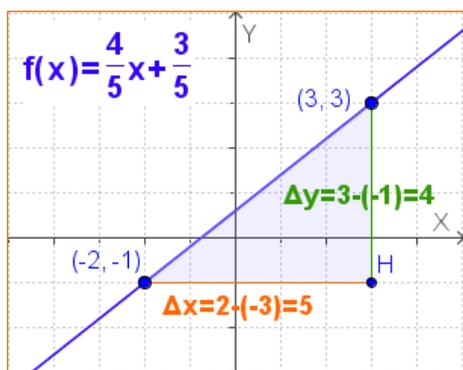
Pendiente

Es fácil ver que al modificar el coeficiente de x en estas funciones, lo que cambia es la inclinación de la recta, y ésta se mide con la tangente del ángulo que forma la recta con el eje de abscisas, es decir, la **pendiente** de la recta.

✓ La pendiente de la recta $f(x) = ax + b$ es **a**

Observa que cuando **a** es positiva la función es creciente, y cuando es negativa, decreciente.

Así, viendo los coeficientes, sabemos cómo es la gráfica de la función sin necesidad de realizar ningún cálculo.



Recta que pasa por dos puntos

Para trazar una recta basta con dar **dos** puntos, por tanto para representar una función polinómica de primer grado dando valores, bastará con dar **dos** valores.

Si dos puntos $P(3, 3)$ y $Q(-2, -1)$ definen una recta, determinarán también su ecuación que podemos hallar resolviendo un sistema:

Ecuación de la recta $y = ax + b$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pasa por P: } 3a + b = 3 \\ \text{Pasa por Q: } -2a + b = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow 5a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{5} \quad b = \frac{3}{5}$$

Sean $P(x_0, y_0)$, $Q(x_1, y_1)$ dos puntos, la pendiente de la recta que pasa por ambos es

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

La pendiente o $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ es constante

Por tanto la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_0, y_0) (x_1, y_1) es

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

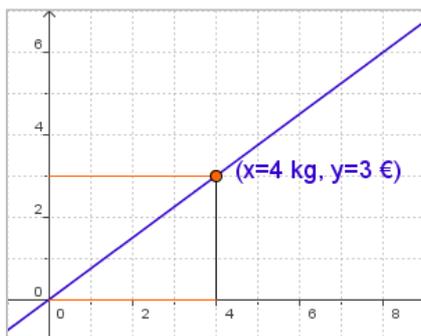
Funciones polinómicas

Aplicaciones

Veamos algunos ejemplos de aplicación de las funciones polinómicas de primer grado.

1) Funciones de proporcionalidad directa

Las funciones polinómicas de primer grado con término independiente cero, representan la relación entre dos variables directamente proporcionales.



$$y = \text{constante} \cdot x$$

La gráfica de la función de proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen, y su pendiente es la constante de proporcionalidad



¿Cuánto pagaremos?

X: kg de naranjas que compramos

f(x): precio que se paga en euros

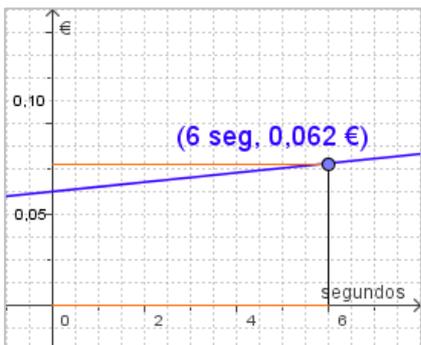
0,75 €/kg

$$f(x) = 0,75x$$

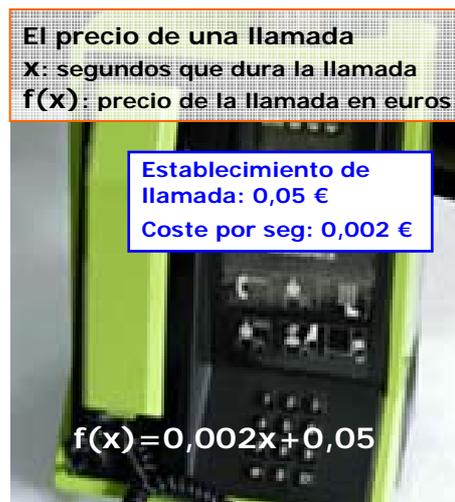
2) Tarificación telefónica por segundos

Para calcular el precio de una llamada telefónica se utilizan funciones polinómicas de primer grado.

$$y = \text{precio por segundo} \cdot x + \text{establecimiento de llamada}$$



x seg	f(x) €
0	0,05
1	0,052
10	0,07
60	0,17



El precio de una llamada

X: segundos que dura la llamada

f(x): precio de la llamada en euros

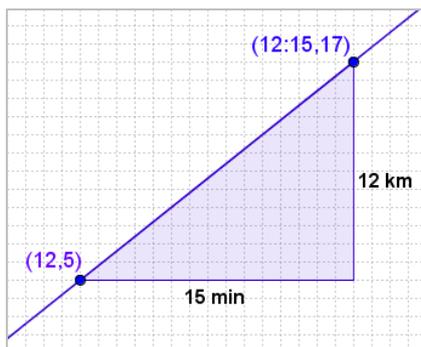
Establecimiento de llamada: 0,05 €
Coste por seg: 0,002 €

$$f(x) = 0,002x + 0,05$$

3) Recorrido con velocidad constante

Si a las 12 estoy en el km 5 de una carretera y manteniendo una velocidad constante a las 12:15 estoy en el km 15, ¿qué velocidad llevo?

$$\text{Punto kilométrico} = \text{velocidad} \cdot t + \text{pto. kilométrico inicial}$$



La velocidad es la **pendiente** de la recta que pasa por los puntos (12,5) y (12:15,17)

$$\begin{aligned} \text{vel} &= \frac{17 - 5}{15} = \frac{12 \text{ km}}{15 \text{ min}} = \\ &= \frac{12 \cdot 60 \text{ km}}{15 \text{ h}} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$



¿A qué velocidad?

t: tiempo transcurrido

f(t): punto kilométrico

Punto kilométrico inicial: km 5
Velocidad: ? km/h

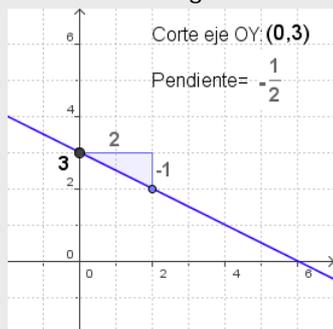
$$f(t) = \text{vel} \cdot t + 5$$

EJERCICIOS resueltos

2. Representa la gráfica de $f(x)$:

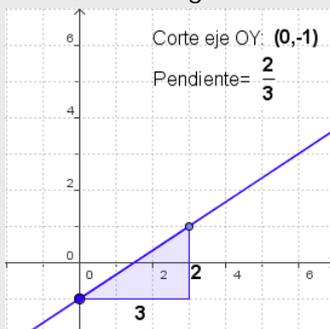
a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

Coeficiente de grado 0: **3**
Coeficiente de grado 1: **-1/2**



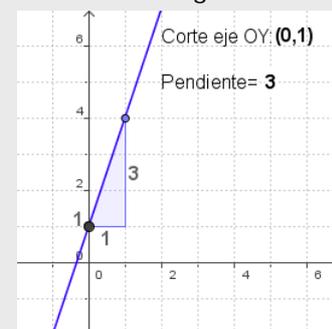
b) $f(x) = \frac{2}{3}x - 1$

Coeficiente de grado 0: **-1**
Coeficiente de grado 1: **2/3**

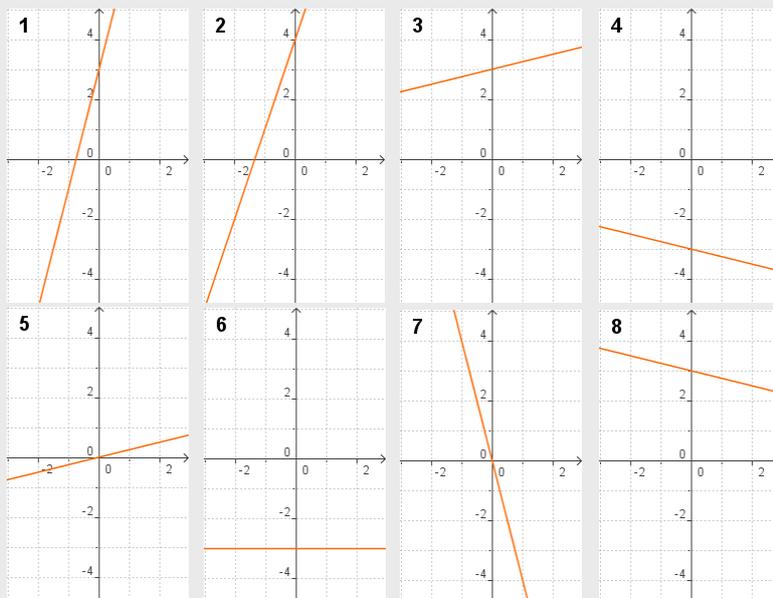


c) $f(x) = 3x + 1$

Coeficiente de grado 0: **1**
Coeficiente de grado 1: **3**



3. ¿Qué gráfica corresponde a cada ecuación?



a) $y = x/4 + 3 \rightarrow 3$

b) $y = 4x + 3 \rightarrow 1$

c) $y = -x/4 - 3 \rightarrow 4$

d) $y = -x/4 + 3 \rightarrow 8$

e) $y = -3 \rightarrow 6$

f) $y = 3x + 4 \rightarrow 2$

g) $y = x/4 \rightarrow 5$

h) $y = -4x \rightarrow 7$

4. ¿Qué ecuación corresponde a la recta que pasa por los puntos indicados?

1) $(-1, 5)$ $(1, -5)$ a) $y = x/5 + 3 \rightarrow 2$

2) $(-2, 2,6)$ $(2, 3,4)$ b) $y = 5x + 3 \rightarrow 6$

3) $(-2, -0,4)$ $(2, 0,4)$ c) $y = -x/5 - 3 \rightarrow 5$

4) $(-2, 3,4)$ $(2, 2,6)$ d) $y = -x/5 - 3 \rightarrow 4$

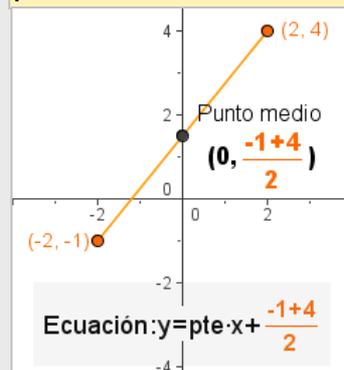
5) $(-2, -2,6)$ $(2, -3,4)$ e) $y = -3 \rightarrow 8$

6) $(-1, -2)$ $(1, 8)$ f) $y = 3x + 5 \rightarrow 7$

7) $(-1, 2)$ $(1, 8)$ g) $y = x/5 \rightarrow 3$

8) $(-1, -3)$ $(1, -3)$ h) $y = -5x \rightarrow 1$

Quando el valor absoluto de las abscisas es el mismo, el corte con el eje OY lo define el **punto medio**.



Funciones polinómicas

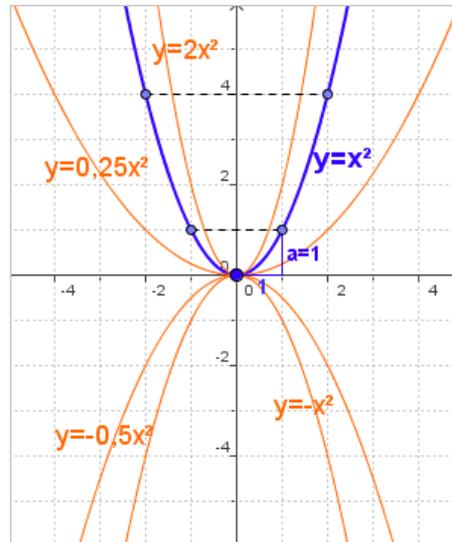
3. Funciones de segundo grado

La gráfica de las funciones polinómicas de segundo grado es una parábola de eje vertical.

La parábola $y=ax^2$

Observa en la figura cómo se construye la gráfica de $f(x)=a \cdot x^2$ y como cambia según los valores y el signo de a .

- ✓ Es simétrica respecto al eje OX.
- ✓ El signo de a determina la concavidad de la gráfica.
 - Si $a > 0$, tiene un **mínimo** en $(0,0)$
 - Si $a < 0$ tiene un **máximo** en $(0,0)$

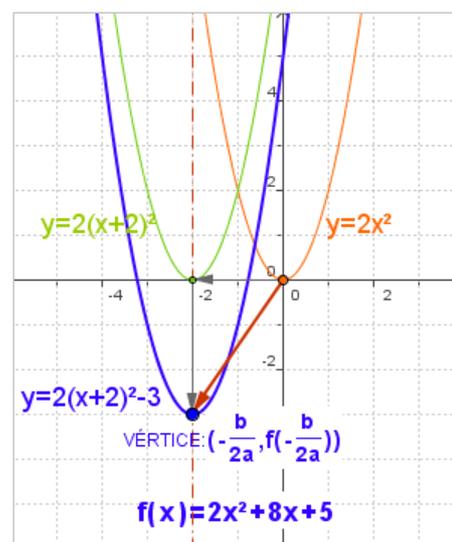


Traslaciones de una parábola

En la figura vemos la gráfica de $f(x)=ax^2+bx+c$. Al modificar los valores de los coeficientes b y c , se observa que la gráfica no cambia de forma, solo se traslada, así la gráfica de $y=f(x)$ tiene la misma forma que $y=ax^2$ trasladada:

- ✓ $-\frac{b}{2a}$ unidades en **horizontal** $\rightarrow y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2$
hacia la derecha si $-b/(2a) > 0$, hacia la izquierda si $-b/(2a) < 0$
- ✓ $c - \frac{b^2}{4a}$ o $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ en **vertical** $\rightarrow y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$
arriba si $f(-b/(2a)) > 0$, abajo si $f(-b/(2a)) < 0$.

- El **eje** de simetría es $x = -b/(2a)$
- El **vértice**, máximo o mínimo, de la parábola es $(-b/(2a), f(-b/(2a)))$



Representar funciones cuadráticas

Para representar una función de segundo grado

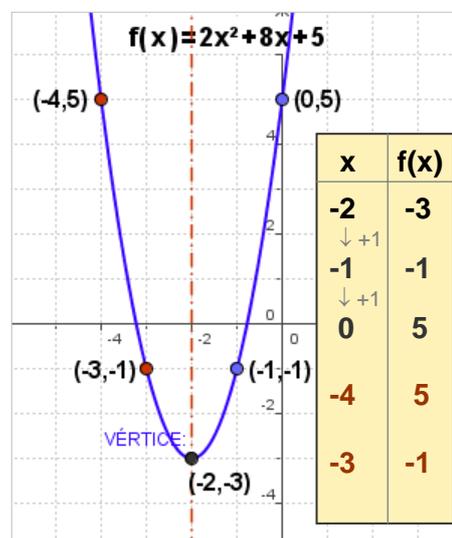
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

comenzamos por colocar su vértice: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$

Se dibuja el eje de simetría y a continuación hacemos una tabla de valores aumentando en una unidad el valor de x cada vez. Cuando tenemos algunos puntos dibujamos los simétricos.

Al igual que en otras representaciones gráficas es interesante hallar los puntos de corte con los ejes,

- El corte con el eje **OY** es c
- Los cortes con el eje **OX** son las soluciones de la ecuación $ax^2+bx+c=0$



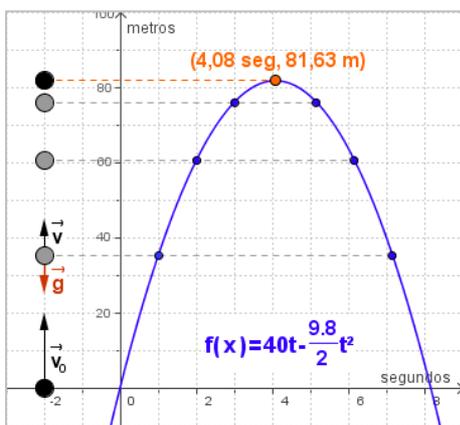


Aplicaciones

Mediante las funciones polinómicas de segundo grado se pueden estudiar algunas situaciones, presentes en el mundo físico y la vida real.

Además el vértice de la parábola, es el máximo o mínimo relativo y a la vez absoluto de la función cuadrática correspondiente; mínimo si es convexa (hacia arriba) o máximo si es cóncava hacia abajo.

Entonces para calcular los extremos relativos de estas funciones basta calcular las coordenadas del vértice, como puedes observar en los ejemplos siguientes.



1) Movimiento uniformemente acelerado

Un ejemplo de movimiento uniformemente acelerado o de aceleración constante, es el de **caída libre** en el que interviene la aceleración de la gravedad.

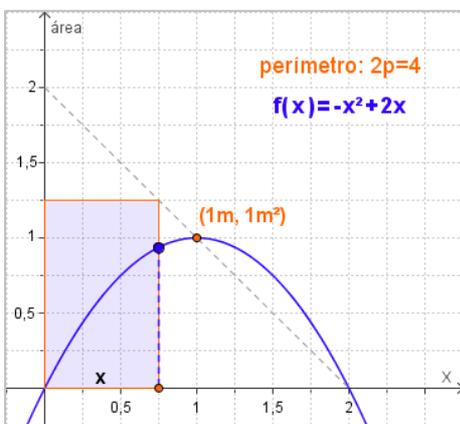
Las ecuaciones de este movimiento son:

$$v = v_0 + gt \quad e = v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \quad v_0: \text{vel. inicial} \quad g \approx 9.8 \text{ m/seg}^2$$

- Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto con velocidad inicial 40 m/seg, ¿qué altura alcanza?

$$f(x) = v_0x - 4.9x^2 \quad x: \text{tiempo} \quad g \approx -9.8 \text{ m/seg}^2$$

Es una parábola de vértice $(v_0/g, f(v_0/g))$, luego la altura máxima que alcanza es $f(v_0/g)$ m.



2) Rectángulo de área máxima

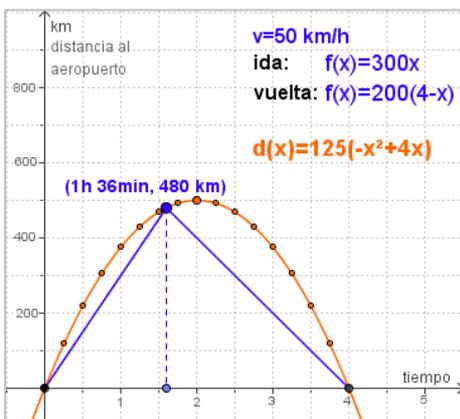
Con un mismo perímetro se pueden construir distintos rectángulos, entre todos ellos deseamos encontrar el de área máxima.

- Entre todos los rectángulos cuyo perímetro es 2p m., ¿qué dimensiones tiene el de área máxima?

$$\text{Perímetro} = 2p \quad \text{base} = x \quad \text{altura} = 2 - x$$

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura} \quad f(x) = x \cdot (p - x) \quad f(x) = -x^2 + px$$

Es una parábola de vértice $(p/2, (p/2)^2)$, luego se trata de un cuadrado de lado $p/2$ m.



3) Punto de no retorno

Un avión tiene combustible para 4 horas, viajando a velocidad constante de 250 km/h sin viento. Al despegar el piloto observa que lleva viento a favor de v km/h, ¿cuál es la máxima distancia a que puede viajar con la seguridad de tener suficiente combustible para volver?

$$\text{Velocidad ida: } 250 + v \quad \text{Distancia al aeropuerto: } f(x) = (250 + v)x$$

$$\text{Vel. vuelta: } 250 - v \quad \text{Distancia al aeropuerto: } f(x) = (250 - v)(4 - x)$$

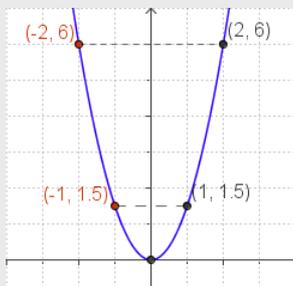
El punto en que se cortan las dos rectas es el punto de no retorno, si el piloto va más allá no tendrá combustible suficiente para volver.

Al variar la velocidad del viento los puntos de no retorno obtenidos están sobre la parábola: $d(x) = 125x(4-x)$

EJERCICIOS resueltos

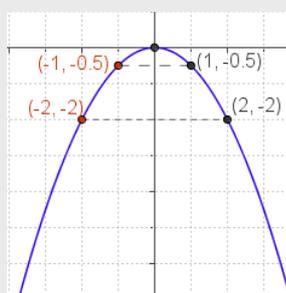
5. Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 1,5x^2$



Vértice (0,0)
 $x=1 \quad f(1)=1,5$
 $x=2 \quad f(2)=6$
 sus simétricos respecto a OY:
 (-1, 1,5)
 (-2, 6)

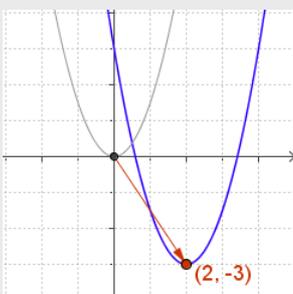
b) $f(x) = -0,5x^2$



Vértice (0,0)
 $x=1 \quad f(1)=-0,5$
 $x=2 \quad f(2)=-2$
 sus simétricos respecto a OY:
 (-1, 0,5)
 (-2, -2)

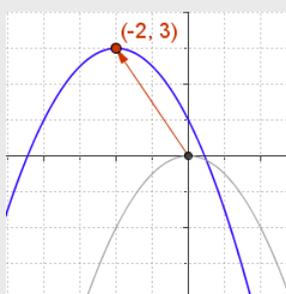
6. Escribe la ecuación de la función que resulta al trasladar el vértice de la parábola al punto indicado.

a) $y = 1,5x^2$ a $A(2, -3)$



Vértice (2,-3)
 $\rightarrow 2$ unidades a la derecha:
 $y = 1,5(x-2)^2$
 $\downarrow 3$ unidades hacia abajo:
 $y = 1,5(x-2)^2 - 3$
 $y = 1,5x^2 - 6x + 3$

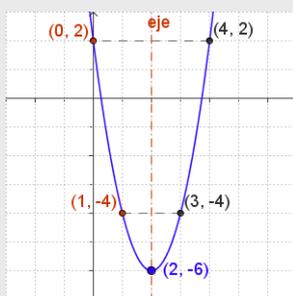
b) $y = -0,5x^2$ a $B(-2, 3)$



Vértice (-2,3)
 $\leftarrow 2$ unidades a la izquierda:
 $y = -0,5(x+2)^2$
 $\uparrow 3$ unidades hacia arriba:
 $y = -0,5(x+2)^2 + 3$
 $y = -0,5x^2 - 2x + 1$

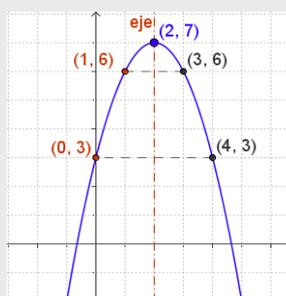
7. Representa gráficamente las parábolas siguientes:

a) $f(x) = 2x^2 - 8x + 2$



Vértice (2, -6)
 Eje : $x=2$
 $x=3 \quad f(3)=-4$
 $x=4 \quad f(4)=2$
 sus simétricos respecto al eje:
 (1, -4)
 (0, 2)

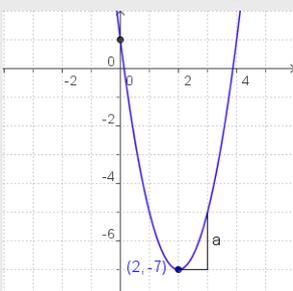
b) $f(x) = -x^2 + 4x + 3$



Vértice (2, 7)
 Eje : $x=2$
 $x=3 \quad f(3)=6$
 $x=4 \quad f(4)=3$
 sus simétricos respecto al eje:
 (1, 6)
 (0, 3)

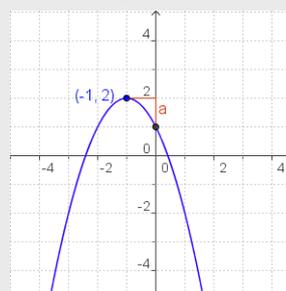
8. Escribe la ecuación $y = ax^2 + bx + c$ de la parábola de la gráfica:

a)



$a=2$
 Vértice (2, -7)
 $2 = -b/4 \Rightarrow b = -8$
 Corte OY en 1 luego $c=1$
 $y = 2x^2 - 8x + 1$

b)



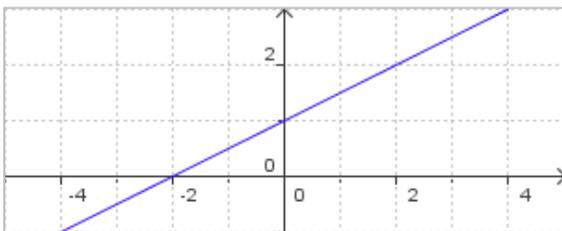
$a=-1$
 Vértice (-1, 2)
 $-1 = -b/(-2)$
 $\Rightarrow b = -2$
 Corte OY en 1 luego $c=1$
 $y = -x^2 - 2x + 1$



Para practicar

1. Escribe la ecuación de la función que representa el peso de un caballo si nace con 30 kg y aumenta a razón de 1 kg cada 2 días.
2. Escribe la ecuación de la función que representa el precio al finalizar la conexión en un ciber, si el establecimiento de la conexión cuesta 0,10 € y cada minuto vale 0,03 €.
3. Escribe la ecuación de la función que representa el nº de la página del libro que estoy leyendo, sabiendo que todos los días avanzo el mismo nº de páginas, el día 10 iba por la 290, y el día 17 por la 465.
4. Escribe la ecuación de la función que representa la cantidad total en € (IVA incluido) a pagar en una factura, en función del precio sin IVA, sabiendo que el porcentaje de aumento aplicado es del 16%.

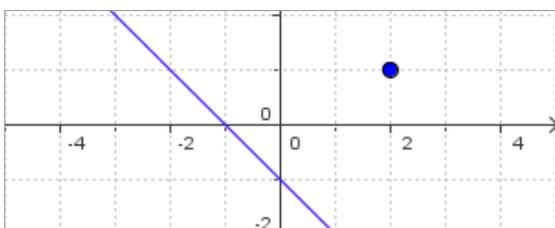
5. Escribe la ecuación de la función de la gráfica. Determina la pendiente de la recta y los cortes con los ejes.



6. Representa gráficamente las funciones:

a) $f(x) = x - 1$ b) $f(x) = \frac{4}{3}x + 2$

7. Halla la ecuación de la recta paralela a la de la gráfica que pasa por el punto (2,1)



8. Halla la ecuación de la recta paralela a la $y = 2x + 1$, que pasa por el punto (-1,5)

9. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

a) (0,70) (-7, 8)

b) (0,2) (-1,0)

10. Halla la ecuación de la recta de pendiente 4, que corta al eje de abscisas en -10.

11. Halla la ecuación de la recta de pendiente 5, que corta al eje de ordenadas en 15.

12. ¿Están alineados los tres puntos?

a) (0, 4) (2, 10) y (3, 11)

b) (3, 36) (5, 54) y (9, 90)

13. Juan recibe una factura mensual de 160 minutos de teléfono. Decide qué tarifa le interesa más:

a) Cuota mensual de 10€ más 5 céntimos cada minuto.

b) Sin cuota mensual y 12 cént. minuto.

14. Cierta compañía ofrece un móvil rebajado según puntos conseguidos tal como indica la tabla, ¿corresponde esta tabla a una función polinómica de primer grado?. En caso afirmativo ¿cuál es la ecuación?

Puntos (x): 3000 5000 6000

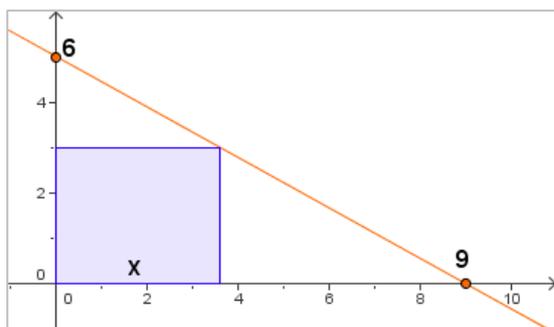
Precio €(y): 220 200 190

15. En la factura del teléfono vemos que una llamada de 2 minutos nos cuesta 0,26€ y otra de 5 minutos 0,44€. ¿Cuál es el precio del establecimiento de llamada?. ¿Cuánto se pagará por una llamada de 9 minutos?

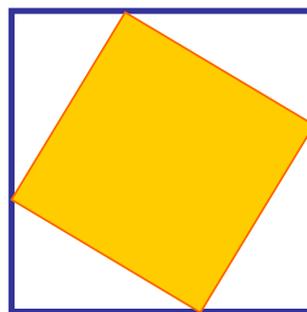
16. Calcula el valor de b para que la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + bx - 4$, pase por el punto (-3, 2).

Funciones polinómicas

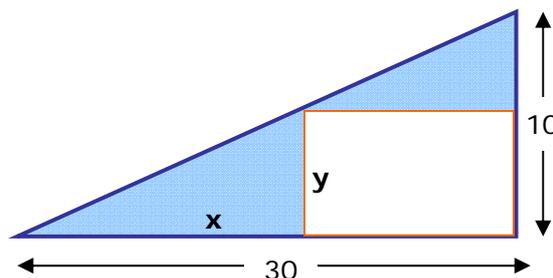
17. Calcula el valor de a para que la gráfica de la función $f(x)=ax^2-5x-2$, pase por el punto $(-0,5, 1)$.
18. Calcula el valor de c para que la gráfica de la función $f(x)=-2x^2+3x+c$, pase por el punto $(2, 1)$.
19. Escribe la ecuación de la parábola que tiene coeficiente $a=-2$, corta al eje de ordenadas en $(0, 2)$ y su vértice es el punto $(-1, 4)$.
20. Escribe la ecuación de la parábola que tiene coeficiente $a=1$, corta al eje de ordenadas en $(0, -3)$ y su vértice es el punto $(-2, -7)$.
21. Escribe la ecuación de la parábola que pasa por los puntos $A(0, 5)$, $B(4, 21)$ y $C(-1, 11)$
22. Al lanzar verticalmente hacia arriba un objeto, con velocidad inicial 24 m/seg la altura máxima que alcanza viene dada por: $f(x)=24x-5x^2$ ($g=10$ m/seg² y x : tiempo).
Calcula la altura máxima que alcanza.
23. Con un listón de 194 cm de largo queremos hacer un marco para un cuadro. Calcula la superficie máxima que se puede enmarcar.
24. En un comercio venden 144 unidades de un producto a 12€ la unidad. Se sabe que por cada euro que aumenta el precio se venden 3 unidades menos. ¿A cuánto se deben vender para obtener el máximo beneficio?
25. Calcula el valor de x para que el área del rectángulo de la figura sea máxima.



26. Dos números suman 24, calcula cuáles son si la suma de sus cuadrados es mínima.
27. En un cuadrado de lado 20 cm se inscribe otro como indica la figura. ¿Cuánto medirá el lado del cuadrado inscrito para que su área sea mínima?



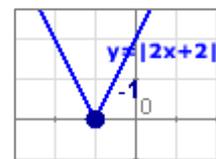
28. Calcula lo que debe medir x para que el área coloreada en azul en la figura, sea mínima.



29. Decide si la función $f(x)$ es continua

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x + 4 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

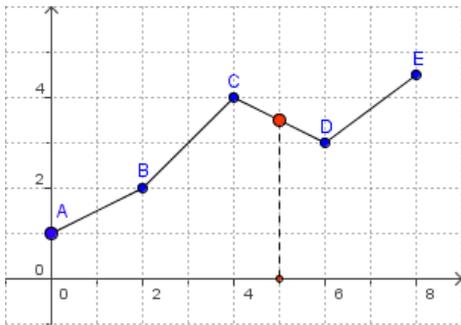
30. La gráfica del valor absoluto de una función se traza haciendo la simetría de la gráfica de la función, respecto del eje- X , a la parte que queda por debajo de este. Representa gráficamente la función $f(x)=|x^2-6x+8|$
31. El valor absoluto de una función polinómica se puede expresar como una función definida a trozos, en la que cada trozo es un polinomio. Expresa en trozos de funciones polinómicas la función $f(x)=|2x+2|$





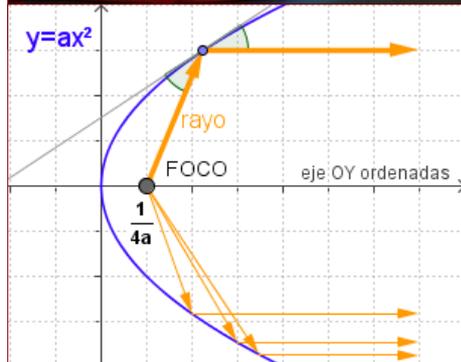
Interpolación

Al estudiar un fenómeno, se obtiene un conjunto de datos, para conocer cómo se comportaría la variable dependiente se suele recurrir a un proceso de **interpolación** que permite conocer de forma aproximada el valor que toma una función desconocida a partir de un conjunto de datos observados.

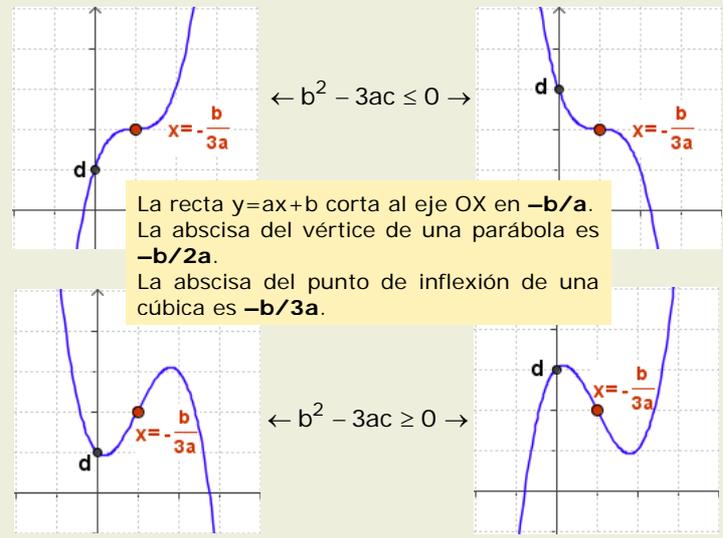


La forma más sencilla es la llamada **interpolación lineal** en la que la función se aproxima mediante una función lineal a trozos, como se ve en la figura. Si en vez de usar rectas utilizamos parábolas, se habla de interpolación cuadrática, y en general de interpolación polinómica.

En las parábolas todos los rayos que parten del **foco** o inciden en él son reflejados en la misma dirección. De ahí que los faros de los coches o las antenas tengan forma parabólica.



De tercer grado: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$



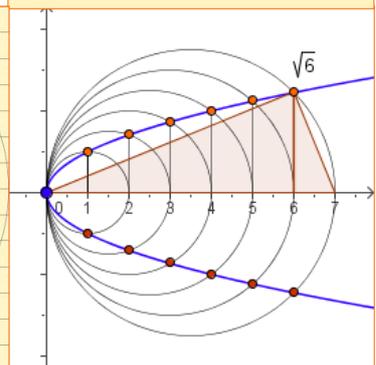
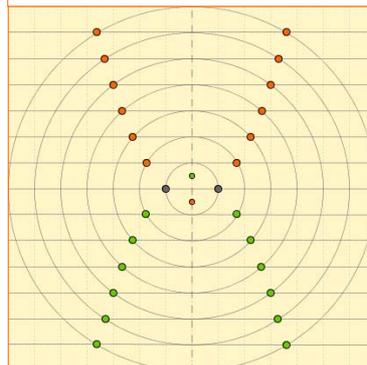
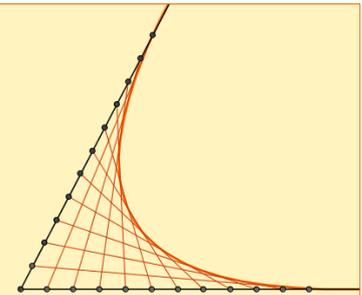
$f(x) = x^2 + 2x + 4$

Las diferencias que se obtienen al restar valores consecutivos de $f(x)$ nos dan la tabla de valores de $f(x) = 2ax + (b-a)$ y sus diferencias la función constante $2a$.

x	f(x)	Diferencias	Diferencias
0	4		
1	7	3	
2	12	5	2
3	19	7	2
4	28	9	2
5	39	11	2
6	52	13	2
7	67	15	2

Otras maneras de dibujar parábolas

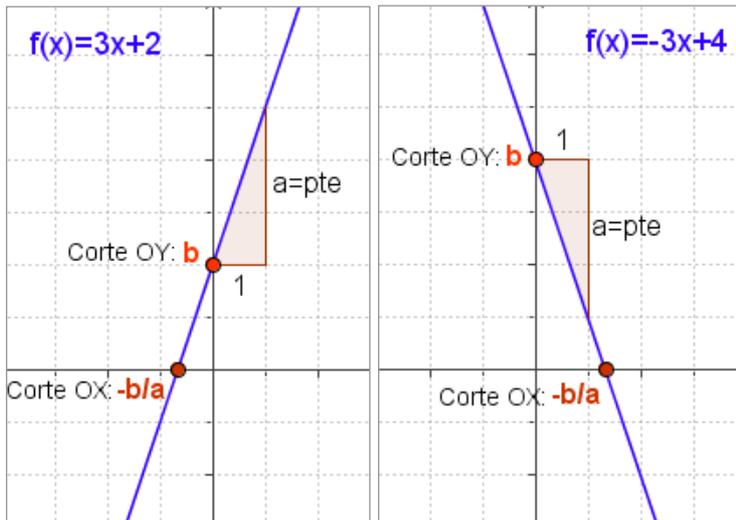
Mediante circunferencias concéntricas y rectas paralelas; uniendo puntos trazados a intervalos regulares sobre dos semirrectas o aplicando el Teorema de la altura, son distintas formas de obtener parábolas.





Recuerda lo más importante

Funciones de primer grado, rectas.



$f(x)=ax+b$

La gráfica de las funciones polinómicas de primer grado es una recta.

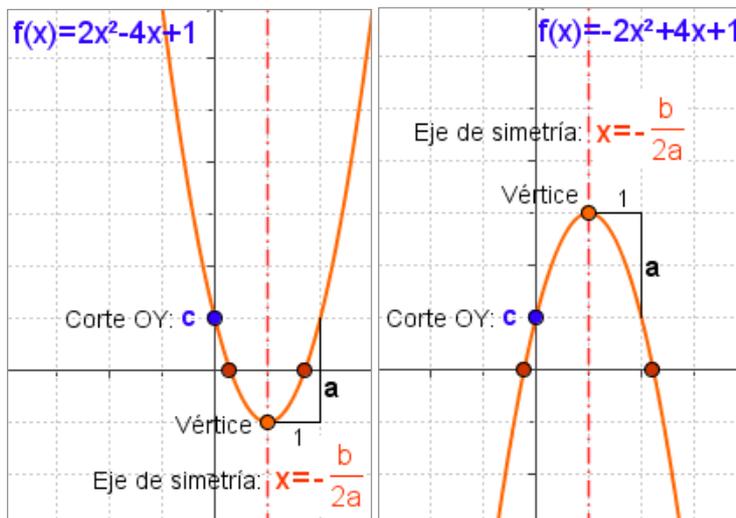
- ✓ a es la pendiente
 - Si $a > 0$ creciente.
 - Si $a < 0$ decreciente.
- ✓ Corte eje OY: b
- ✓ Corte eje OX: $-b/a$

Recta que pasa por dos puntos:

$$(x_0, y_0) \quad (x_1, y_1)$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Funciones de segundo grado, parábolas



$f(x)=ax^2+bx+c$

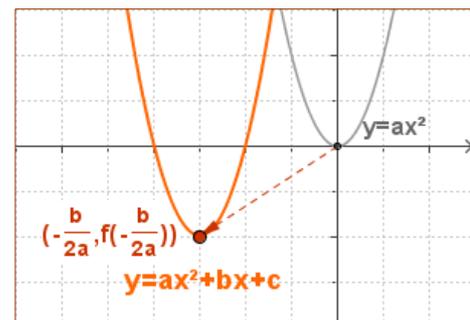
La gráfica de las funciones polinómicas de segundo grado es una parábola.

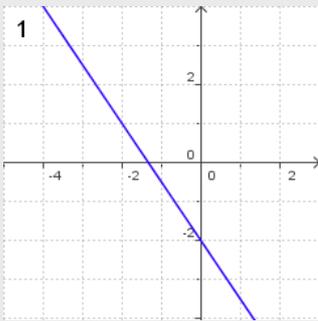
- ✓ a indica la concavidad
 - Si $a > 0$ tiene un mínimo.
 - Si $a < 0$ tiene un máximo.
- ✓ Eje de simetría: $x = -b/2a$
- ✓ Vértice: $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$
- ✓ Corte eje OY: c
- ✓ Cortes eje OX: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Traslaciones de la parábola

Para dibujar la parábola $y=ax^2+bx+c$, basta trasladar $y=ax^2$

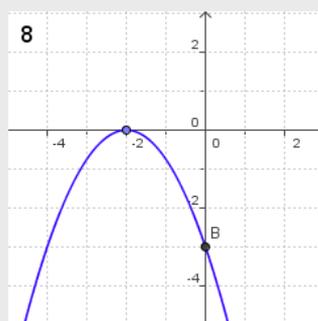
llevando su vértice $(0,0)$ al punto $\left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$



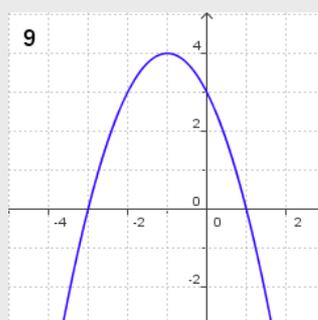


1. ¿Cuál es la pendiente de la recta de la gráfica?
2. Calcula la ecuación de la recta paralela a la $y = -0,75x - 2$ que pasa por el punto $(2, 3)$
3. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2, 3)$ y $B(4, 0)$
4. Calcula los puntos de corte con los ejes coordenados de la recta $y = -0,75x + 1,5$

5. Calcula el vértice de la parábola $y = -1,5x^2 - 9x - 18$
6. Una parábola corta al eje de abscisas en $(4, 0)$ y $(9, 0)$. ¿Cuál es su eje de simetría?
7. Averigua los puntos en que la parábola $f(x) = -2x^2 + x + 3$ corta al eje de abscisas.



8. La parábola de la gráfica es como la $y = -0,75x^2$. Introduce los coeficientes de su ecuación.
9. La parábola de la gráfica es $y = -x^2 - 2x + 3$. ¿Qué intervalo es la solución de la inecuación $-x^2 - 2x + 3 > 0$

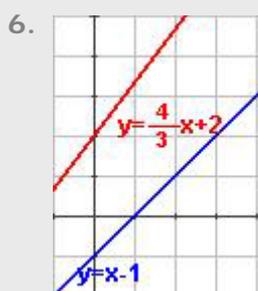


10. Con una cuerda de 35 m de largo se desea vallar una parcela rectangular por tres de sus lados, ya que uno linda con un río. ¿Cuál es la superficie máxima que se puede vallar?

Funciones polinómicas

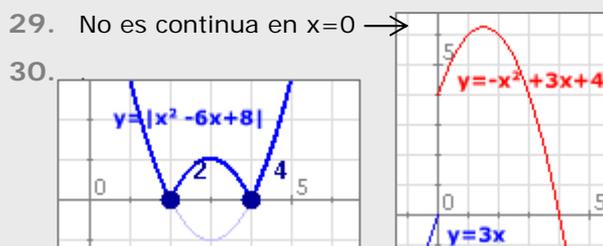
Soluciones de los ejercicios para practicar

1. x : días y : kg $y=0,5x+30$
2. x : min y : € $y=0,03x+0,10$
3. x : día y : nº pag $y=25x+40$
4. $y=1,16x$
5. Pendiente = $1/2$
Corte OY = 1 Corte OX = -2
Ec. $y = 1/2 x + 1$



7. $y=-x+3$
8. $y=2x+7$
9. a) $y = 62/7x+70$ b) $y = 2x+2$
10. $y=4x+40$
11. $y=5x+15$
12. a) No b) Si

13. Interesa más la a)
14. $y=-0,01x+250$
15. 0,14€ el establecimiento de llamada 0,68€ una llamada de 9 minutos
16. $b=4$ 17. $a=2$ 18. $c=3$
19. $y=-2x^2-4x+2$
20. $y=x^2+4x-3$
21. $y=2x^2-4x+5$
22. 28,8 m 23. 2352,25 cm²
24. 18 25. 4,5 26. 12 y 12
27. $10\sqrt{2}$ 28. 15



30.

31. $|2x+2| = \begin{cases} -2x-2 & \text{si } 2x+2 < 0 \leftrightarrow x < -1 \\ 2x+2 & \text{si } 2x+2 \geq 0 \leftrightarrow x \geq -1 \end{cases}$

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. pendiente = -1,5
2. $y = -0,75x + 4,5$
3. $y = -1,5x + 6$
4. (0, 1,5) (2,0)
5. (-3, -4,5)
6. $x=6,5$
7. En -1 y 1,5
8. $y = -0,75x^2 - 3x - 3$
9. (-3, 1)
10. 153,13 m²

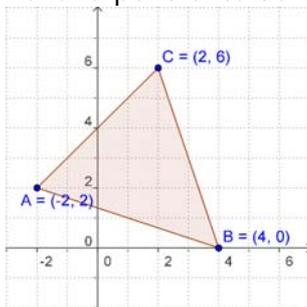
No olvides enviar las actividades al tutor ►

ACTIVIDADES DE ESO

Nombre y apellidos del alumno:	Curso: 4º
Quincena nº: 9	Asignatura: Matemáticas B
Fecha:	Profesor de la asignatura:

1. Halla la ecuación de la recta paralela a la $y=2x-3$ y que pasa por el punto $(-2,4)$.

2. Halla la pendiente de las rectas correspondientes a los lados del triángulo ABC.



3. Los gastos mensuales, en euros, de una empresa por la fabricación de x ordenadores vienen dados por la función $G(x)=2000+25x$, y los ingresos que se obtienen por las ventas son $I(x)=60x-0,01x^2$, también en euros. ¿Cuántos ordenadores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos-gastos) sea máximo.

4. La parábola de la figura es como la $y=x^2$, escribe su ecuación.

